ЗАЛІЗОБЕТОННІ КОНСТРУКЦІЇ, БУДІВЛІ ТА СПОРУДИ

УДК 624, 01

ОБЕРТАЛЬНИЙ ЕФЕКТ СИЛ ЯК КРИТЕРІЙ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ І ДЕФОРМАЦІЙ КОНСТРУКЦІЇ

М.Г.ЧЕКАНОВИЧ – к.т.н., в.о.професора, Херсонський ДАУ

Розрахунок залізобетонних конструкцій при невисоких рівнях навантаження може виходити з лінійних основ механіки твердого тіла, що базується на вихідному понятті моменту, а саме моменту сили відносно точки (центру). За визначенням такий момент характеризує **обертальний ефект сили**[1] Він рівний взятому з відповідним знаком добутку модуля сили і довжини плеча :

$$M_T - \pm Ph \qquad (1)$$

Доведемо, що виходячи з обертального ефекту дії сил можна знайти деформації і напруження в перерізі балки. Для розрахунку момент сили М., визначається для всіх точок, що утворюють лінію перерізу плоскої моделі. Епюру моменту сили Му запропоновано будувати за висотою перерізу Н. Диференціал функції моменту сили за висотою перерізу дає поздовжню силу:

$$\frac{dM_T}{dh} = N \qquad (2)$$

Для визначення напружень і деформацій застосуємо інтеграл Мора і правило Верещагіна для його обчислення. Треба мати на увазі, що оскільки інтегрування тут здійснюється за висотою перерізу, то й при визначенні відносних деформацій добуток моментів слід ділити на висоту (довжину) перерізу. В разі використання фіктивної епюри моментів в інтегралі Мора від одиничного моменту отримаємо кути повороту в точках перерізу. Згідно з інтегралом Мора переміщення традиційно визначаються за нормальною силою N і згинальним моментом Мхр залежністю:

$$\delta = \int_1 \frac{N_P \overline{N}}{EF_{red}} dx = \int_1 \frac{M_{XP} \overline{M_X}}{EI_{red}} \qquad (3)$$

[1] Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики-М.: Наука, 1972, -С.47.

За цією формулою звичайно знаходять прогини в прольоті балки та кути повороту її на опорах.

Пропонується модифікувати цю формулу для визначення деформацій в поперечному перерізі балки. Для цього інтегрування будемо вести не за довжиною балки 1, а за її висотою Н. Крім того, замінимо вирази, що враховують окремо вплив нормальної сили і згинального моменту на загальний вираз моменту сили відносно точок перерізу М.г. В результаті одержимо дещо спрощений вираз для визначення деформацій в перерізі. Якщо за одиничне навантаження прийняти одиничний момент т=1, то за формулою (3) одержимо кут повороту:

$$\theta = \int_H \frac{M_{T.P}\overline{M}_h}{HEI_{red}} dh \qquad (4)$$

Тут $\overline{M}_h$ – момент сили від одиничного фіктивного навантаження, EI_{red} – жорсткість при згинанні.

Оскільки вирішення підпорядковане гіпотезі плоских перерізів, то кути повороту для всіх точок перерізу, будуть постійні за величиною і рівні θ. Слід зазначити, що такий переріз може бути орієнтований у будь-якому напрямку по відношенню до поздовжньої осі конструкції.

Так як маємо справу з лінійними епюрами, то застосуємо спосіб Верещагіна для обчислення інтегралу

$$\int_H \frac{M_{T.P}\overline{M}_h}{HEI_{red}} dh = \frac{\Omega_T M_C}{HEI_{red}} \qquad (5)$$

Тут Ω_T – площа епюри навантаження. M_C – значення одиничної епюри на рівні центру ваги епюри навантаження.

Напруження можуть бути визначені за формулою:

$$\sigma = \frac{\Omega_T M_C}{HEI_{red}} \qquad (6)$$

Таким чином, застосувавши метод перерізів і побудувавши сумарні епюри моменту сили відносно точок перерізу можна знайти напруження і деформації.

Розглянемо обтиснену з торців балку, завантажену двома зосередженими силами в третинах прольоту (рис.1). Для спрощення приймемо балку жорсткою, що дозволяє знехтувати впливом прогину. Розглянемо переріз А-А в середині прольоту. Виконаємо числові розрахунки балки, зображеної на рис.1. Епюра згинального моменту Мзгин. вздовж балки показана на рисунку.

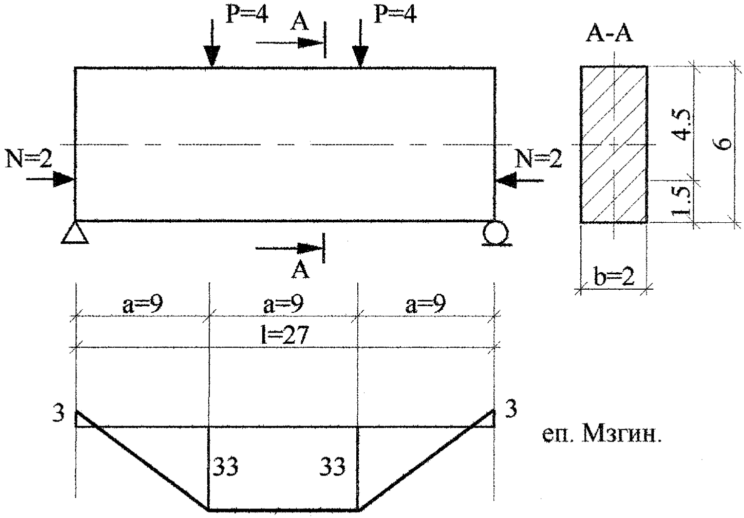

Рисунок 1. Схема навантаження балки та сумарна епюра згинального моменту

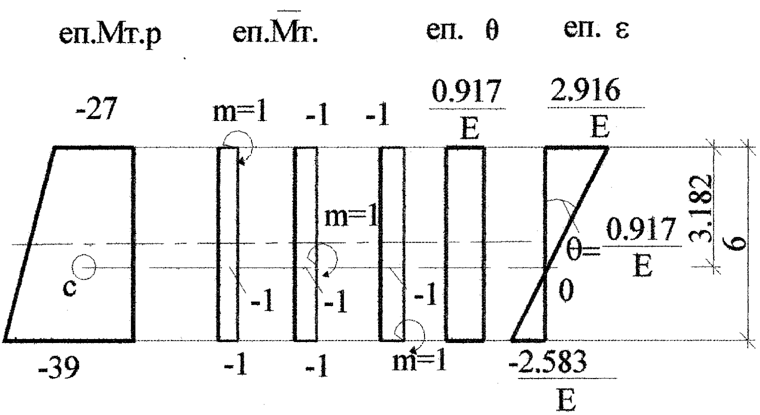

Рисунок 2. Епюри моментів сили та епюри кутів повороту і відносних деформацій

Сумарна епюра моментів зовнішніх сил трапецієподібна і має значення M_T для верхньої крайньої точки перерізу – (-27) і (-39) – для нижньої точки. Площа трапецієподібної епюри навантажень

Ω_T складає 198. Центр ваги площі епюри сумарного моменту сили знаходиться на рівні; C= 2.818 від низу перерізу.

Визначимо кут повороту, лінійні відносні деформації і напруження на фібрах і по центру ваги епюри навантажень у

перерізі. Тут площа прямокутного перерізу балки – F=12, а момент інерції – I=36. Кути повороту в точках перерізу можна визначити, приклавши до них зосереджені одиничні моменти m=1 . Епюри моментів від такого фіктивного навантаження прямокутні й однакові для всіх навантажень (рис.2). Шляхом множення площі епюри навантаження на одиничне значення моменту знайдемо кут за формулою:

$$\theta = \frac{\Omega_T m}{HEI_{red}} = \frac{-198*(-1)}{6*E*36} = \frac{0.917}{E} \qquad (7)$$

Оскільки епюра фіктивного одиничного моменту для всіх випадків однакова, то й кути повороту для всіх точок перерізу однакові. Це узгоджується з прийнятою для розрахунку гіпотезою плоских перерізів. Знаючи кут повороту перерізу і положення нейтрального шару неважко знайти напруження і деформації. Напруження на верхній фібрі – $\sigma_B = 2.917$ і $\sigma_H = -2.583$ – на нижній фібрі. Відповідно/лінійні відносні деформації ε становлять: $2.917/E$ і $(-2.583/E)$. Ті ж самі результати дають розрахунки за формулою (6).

Перевіримо знайдені значення напружень і деформацій, обчисливши їх традиційним способом. За формулою:

$$\sigma = \frac{N}{F_{red}} \pm \frac{M_{згин}}{I_{red}} \qquad (8)$$

напруження на фібрах складають: $\sigma_B = 2.917$ і $\sigma_H = -2.583$. Відповідно кут повороту:

$$\theta \approx tg\theta = \frac{2.917 + 2.583}{6E} = \frac{0.917}{E} \qquad (9)$$

Розраховані напруження і деформації за запропонованим способом і традиційно повністю співпадають. Це підтверджує достовірність запропонованого способу розрахунку, де за вихідній критерій прийнято обертальний ефект сили відносно точки. При цьому центр ваги епюри моменту навантажень співпадає за висотою з рівнем нульових відносних деформацій, а диференціал моменту сили за висотою перерізу визначає нормальну (поздовжню) силу.